ECO434, Ecole polytechnique, 2e année
PC 6
Taux de change

Exercice 1 : Taux de change nominal et excès de volatilité dans le modèle de Dornbusch

1. Le modèle formé par les 4 équations est une version de ASAD en économie ouverte. La première équation est une courbe IS augmentée : à un niveau de prix p_t donné, la production est déterminée par la demande pour les biens nationaux (consommation et investissement), qui croît sous l'effet d'une hausse des dépenses publiques, d'une baisse du taux d'intérêt, ou d'une baisse du taux de change réel (TCR). La deuxième équation, MP, décrit la formation du taux d'intérêt directeur de la Banque Centrale (qui détermine le taux d'intérêt dans l'économie) : la Banque Centrale choisit un taux d'intérêt directeur croissant avec le taux mondial et avec l'inflation. Ce taux décroît sous l'effet d'un choc positif u_t, qui représente un changement vers une politique monétaire plus expansionniste (choc dû à un changement de gouverneur, un changement de majorité au conseil de gouvernance, etc.). La troisième équation résume le bloc offre du modèle (courbe de Phillips, étroitement liée à la courbe AS). La production atteint son niveau de prix flexibles $\bar{y}$ lorsque les producteurs anticipent correctement le niveau des prix, mais dépasse temporairement ce niveau quand des chocs d'offre font que les producteurs sous-estiment le niveau des prix, ou tombe en deçà de ce niveau quand ils surestiment le niveau des prix. La dernière équation représente la parité de taux d'intérêt UIP issue d'une relation d'arbitrage sur le marché des changes. On cherche l'état stationnaire du système

$$y_t = \delta(p_t^* - p_t - s_t) + g_t - \sigma i_t \qquad \text{(IS)}$$
$$i_t = i_t^* + \lambda(p_t - u_t) \qquad \text{(MP)}$$
$$\dot{p}_t = \theta(y_t - \bar{y}_t) \qquad \text{(PC)}$$
$$i_t = i_t^* - \dot{s}_t \qquad \text{(UIP)}$$

A cet état stationnaire on doit avoir $\dot{p}_t = 0$ et $\dot{s}_t = 0$, donc

$$\bar{y}_t = \bar{y}_t \qquad (1)$$
$$\bar{i}_t = i_t^* \qquad (2)$$
$$\bar{p}_t = u_t \qquad (3)$$
$$\bar{s}_t = p_t^* - \bar{p}_t + \frac{g_t - \bar{y}_t - \sigma\bar{i}_t}{\delta} \qquad (4)$$

On peut commenter sur les 4 valeurs de long terme. A long terme, les prix sont flexibles et leur valeur suit la politique monétaire, toute expansion monétaire se traduit par de l'inflation. Le niveau de production est égal à son niveau de long terme de la courbe AS. Il n'y a pas d'illusion monétaire à long terme malgré la rigidité des prix à court terme. Le taux d'intérêt est égal au taux d'intérêt mondial, qui est aussi le taux d'intérêt ciblé par la Banque Centrale. Finalement, le taux de change atteint la même valeur fondamentale que dans la variante à prix flexibles de ce modèle. On note que ce taux de change nominal varie 1/1 avec le niveau des prix, maintenant le TCR à un niveau constant qui dépend des exogènes.

2. On soustrait l'expression de p_t de l'équation MP de la valeur de long terme $\bar{p}_t$ issue de la même équation.

$$\bar{p}_t - p_t = \frac{1}{\lambda}(\bar{i}_t - i_t) \Leftrightarrow i_t^* - i_t = \lambda(\bar{p}_t - p_t)$$

On substitue dans l'équation UIP :

$$\dot{s}_t = \lambda(\bar{p}_t - p_t)$$

Tant que les prix sont inférieurs à leur niveau de long terme, la monnaie s'apprécie.

En effet la courbe MP implique que tant que les prix sont inférieurs à $\bar{p}_t$, la BC choisit un taux d'intérêt inférieur à sa valeur d'état stationnaire. Cependant, au fur et à mesure que les prix augmentent, le taux d'intérêt se rapproche de $\bar{i}_t$. UIP implique que cette hausse de taux d'intérêt rend la monnaie nationale plus attractive, ce qui augmente son prix sur le marché des changes.

Le taux de change déviera de sa valeur de long terme tant que les prix ne se seront pas ajustés.

3. Cette équation vient de IS, MP et PC. On part de PC $\dot{p}_t = \theta(y_t - \bar{y}_t)$ et on remplace y_t par sa valeur de demande agrégée issue de IS, ce qui donne

$$\dot{p}_t = \theta(y_t - \bar{y}_t) = \theta(\delta(p_t^* - p_t - s_t) + g_t - \sigma i_t - \bar{y}_t)$$

Enfin, on utilise les expressions des valeurs de long terme $\bar{s}_t$ et $\bar{p}_t$ trouvées à la première question. En effet

$$\bar{s}_t + \bar{p}_t = p_t^* + \frac{g_t - \bar{y}_t - \sigma\bar{i}_t}{\delta} = p_t^* + \frac{g_t - \bar{y}_t - \sigma i_t}{\delta} - \frac{\sigma(\bar{i}_t - i_t)}{\delta}$$

Finalement MP implique $\bar{i}_t - i_t = \lambda(\bar{p}_t - p_t)$ d'où

$$
\begin{aligned}
\dot{p}_t &= \theta\left(\delta(\bar{s}_t + \bar{p}_t - p_t - s_t) + \lambda\sigma(\bar{p}_t - p_t)\right) \\
&= \theta\delta(\bar{s} - s_t) + (\theta\delta + \lambda\theta\sigma)(\bar{p} - p_t)
\end{aligned}
$$

CQFD
Lorsque le taux de change est plus faible que sa valeur d'état stationnaire, alors le TCR est inférieur à sa valeur d'état stationnaire, ce qui implique que la demande agrégée est supérieure à l'offre agrégée de long terme et les producteurs augmentent leurs prix jusqu'à atteindre l'équilibre de long terme.

4. Les deux équations des questions précédentes forment une équation différentielle linéaire

$$
\dot{Z}_t \equiv \begin{pmatrix} \dot{s}_t \\ \dot{p}_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -\lambda \\ -\theta\delta & -(\theta\delta + \lambda\theta\sigma) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} s_t - \bar{s}_t \\ p_t - \bar{p}_t \end{pmatrix} \equiv AZ_t
$$

La matrice A a pour déterminant $-\lambda\theta\delta < 0$ et pour trace $-(\theta\delta + \theta\lambda\sigma)$, donc $[Tr(A)]^2 - det(A) > 0$.
Notons ces valeurs propres v_1 et v_2. Ces valeurs propres sont les racines du polynôme caractéristique $P_A(v) = det(vI - A) = v^2 - Tr(A)v + det(A)$. En cherchant les racines du polynôme on obtient les valeurs propres :

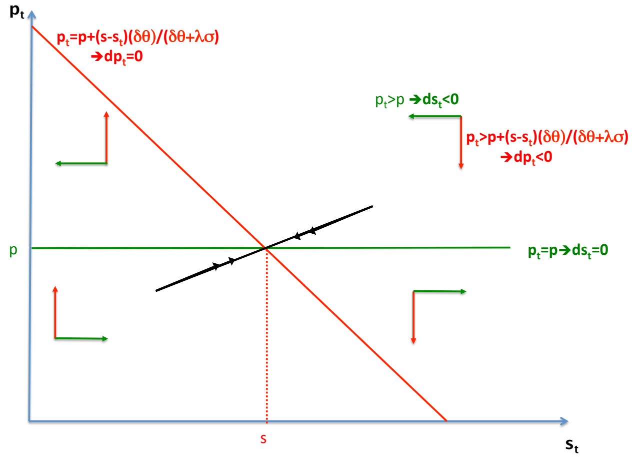
$$
\begin{aligned}
v_1 &= \frac{Tr(A) + \sqrt{(Tr(A))^2 - 4det(A)}}{2} \\
v_2 &= \frac{Tr(A) - \sqrt{(Tr(A))^2 - 4det(A)}}{2}
\end{aligned}
$$

Les deux valeurs propres sont de signe opposé, $v_1 > 0 > v_2$. Soit k_1 et k_2 les vecteurs propres associés. Un théorème nous garantit qu'on peut écrire l'ensemble des trajectoires de Z_t comme

$$
Z_t = c_1 e^{v_1 t} k_1 + c_2 e^{v_2 t} k_2
$$

où c_1 et c_2 sont des scalaires choisis arbitrairement.
Il existe un sentier de convergence vers l'état stationnaire (caractérisé par $\dot{Z}_t = 0$) pour $c_1 = 0$, puisque $v_2 < 0$. Toutes les autres trajectoires sont divergentes.
Le diagramme de phase représente la dynamique de ce système, l'état stationnaire et le sentier de convergence. Pour le tracer, on trace les expressions des valeurs d'état stationnaire $\bar{p}_t$ et $\bar{s}_t$ dans le plan (s_t, p_t). Ce sont deux droites dont l'intersection représente l'état stationnaire. Puis on utilise ces mêmes expressions pour décrire l'évolution de s_t lorsque p_t est supérieure ou inférieure à la valeur impliquée par l'expression, et de même pour p_t. Voir Figure 1.

FIGURE 1 – Dynamique du taux de change nominal et des prix dans le modèle de Dornbusch



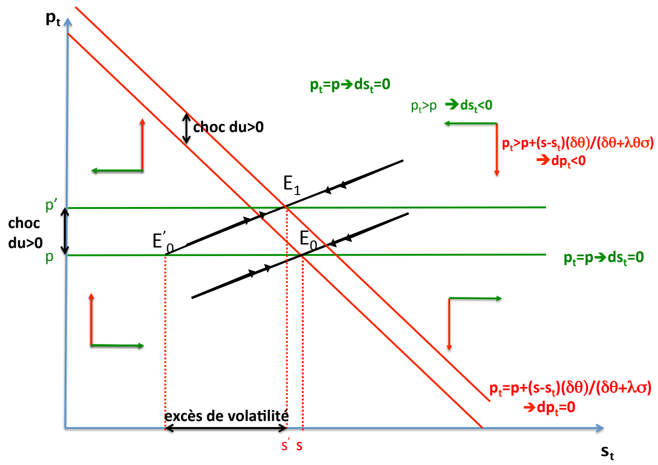
5. Appelons u_t' le nouveau choc de politique monétaire avec $u_t' > u_t$. En substituant dans les expressions de $\bar{p}_t$ et $\bar{s}_t$ on obtient $\bar{p}_t' > \bar{p}_t$ et $\bar{s}_t' < \bar{s}_t$ respectivement. Le reste de l'analyse est identique à celle de la question précédente et on obtient un diagramme de phase similaire. Voir Figure 2.

   Au nouvel état stationnaire le niveau des prix est supérieur et le taux de change est inférieur. Cette évolution est conforme à l'intuition, puisqu'elle résulte d'une politique monétaire plus laxiste. De plus, on peut dire qu'elle est identique à celle du modèle à prix flexibles : le choc de politique monétaire se répercute intégralement dans l'inflation $dp = du$. A long terme, les prix sont flexibles. L'inflation supplémentaire se répercute intégralement dans le taux de change nominal $ds = -dp = -du$, pour atteindre le même taux de change réel d'équilibre.

   Cependant, l'intérêt de ce modèle réside dans la dynamique de transition. Sur le diagramme, on voit que le nouveau sentier de convergence vers le nouvel état stationnaire implique un taux de change initial bien plus faible que ce niveau d'état stationnaire. A terme, le change nominal va s'apprécier de nouveau et tendre vers sa valeur fondamentale. Mais dans l'intérim il y aura eu une volatilité excessive relativement aux deux états stationnaires.

   On remarque que quand θ augmente la pente de la droite $\bar{s}_t = 0$ augmente et l'excès de volatilité devient de plus en plus modeste. Le

FIGURE 2 – Dynamique du taux de change nominal et des prix après un choc monétaire dans le modèle de Dornbusch



cas $\theta \to +\infty$ correspond au modèle à prix flexibles où $y_t = \bar{y}_t$ à tout moment.

Le modèle capture donc une intuition fondamentale : quand les prix s'ajustent lentement, une autre variable plus flexible doit s'ajuster aux chocs. Cette variable plus flexible est le taux de change nominal.

Taux de change réel, PIB/habitant et effet Balassa-Samuelson

1. Les profits dans chaque secteur sont égaux à $P_i\pi_iL_i - W_iL_i$ et $P_i^*\pi_i^*L_i^* - W_i^*L_i^*$, de sorte que la concurrence parfaite implique la tarification au coût marginal au sens de

$$P_i = \frac{W_i}{\pi_i}$$
$$P_i^* = \frac{W_i^*}{\pi_i^*}$$

2. La loi du prix unique s'applique au secteur échangeable (coûts du commerce négligeables) :

$$P_T = SP_T^*$$

D'après la question précédente

$$P_T = \frac{W_T}{\pi_T} = SP_T^* = S\frac{W_T^*}{\pi_T^*}$$

de sorte que

$$W_T = \frac{\pi_T}{\pi_T^*}SW_T^*$$

Une productivité du travail nationale plus forte implique un salaire national plus élevé que le salaire étranger exprimé dans la même monnaie.

3. La mobilité parfaite du travail implique des salaires égaux dans les deux secteurs. La concurrence parfaite dans le secteur N implique :

$$P_N = \frac{W}{\pi_N}$$
$$P_N^* = \frac{W^*}{\pi_N^*}$$

d'où

$$\frac{P_N}{SP_N^*} = \frac{W}{SW^*}\frac{\pi_N^*}{\pi_N}$$
$$\frac{P_N}{SP_N^*} = \frac{\pi_T}{\pi_T^*}\frac{\pi_N^*}{\pi_N} = \frac{\frac{\pi_T}{\pi_N}}{\frac{\pi_T^*}{\pi_N^*}}$$

4. Le fait que chaque secteur ait une part constante de la dépense de consommation implique une fonction d'utilité Cobb-Douglas de la forme
$$U(C_N, C_T) = C_T^{\alpha} C_N^{1-\alpha}$$
dans les deux pays.
Il est alors justifié de définir les indices de prix idéaux $P = P_T^{\alpha} P_N^{1-\alpha}$ et $P^* = (P_T^*)^{\alpha} (P_N^*)^{1-\alpha}$. Ils sont idéaux au sens où
$$\min_{c_N, c_T} \{P_N C_N + P_T C_T\} \text{ s.t. } C_T^{\alpha} C_N^{1-\alpha} = u$$
donne la fonction de dépense
$$E(P_N, P_T, u) = ku P_T^{\alpha} P_N^{1-\alpha}$$
où $k = (\alpha)^{-\alpha}(1-\alpha)^{\alpha-1}$ est une constante positive. kP est la dépense par unité d'utilité à l'optimum du consommateur. P mesure donc le prix d'une unité de consommation supplémentaire.
Ceci implique
$$\frac{P}{SP^*} = \frac{P_T^{\alpha} P_N^{1-\alpha}}{S(P_T^*)^{\alpha}(P_N^*)^{1-\alpha}} = 1 \times \left(\frac{P_N}{SP_N^*}\right)^{1-\alpha} = \left(\frac{\frac{\pi_T}{\pi_N}}{\frac{\pi_T^*}{\pi_N^*}}\right)^{1-\alpha}$$

5. — Le modèle implique que
$$\frac{W}{SW^*} = \frac{\pi_T}{\pi_T^*}$$
Il n'y a qu'un seul facteur, donc le PIB est égal à la masse salariale dans chaque pays, WL et SW^*L^*. Le PIB/travailleur est donc égal au salaire dans chaque pays. En supposant que le taux d'activité est le même, le ratio du PIB/travailleur letton au PIB/travailleur de l'EZ doit être égal à $\frac{\pi_T^{Lat}}{\pi_T^{EU}} = \frac{1}{2}$.
— En prenant la Lettonie comme le pays domestique :
$$\frac{P}{SP^*} = \left(\frac{\frac{\pi_T}{\pi_N}}{\frac{\pi_T^*}{\pi_N^*}}\right)^{1-\alpha} = \left(\frac{\pi_T}{\pi_T^*}\right)^{1-\alpha} = \left(\frac{1}{2}\right)^{.4} \approx 0.7579$$
Si $\frac{\pi_T^{Lat}}{\pi_T^{EU}}$ croît au taux annuel 7%, il faudra environ 10 ans pour que la productivité en Lettonie rattrape la moyenne de l'eurozone et que le TCR soit égal à 1.
Pour obtenir une appréciation réelle de 25% en 10 ans, la Lettonie doit obtenir une combinaison d'appréciation nominale et d'inflation. Or les critères d'accession à l'eurozone précisent que le pays

candidat doit respecter des cibles d'inflation et de change nominal. [1]
Si l'appréciation réelle annuelle de $(1,07)^{0.4} - 1 \approx 0.027$ passe intégralement par l'inflation, sachant que la BCE vise une inflation de 2%, l'inflation lettone devra être

$$1 + \Pi^{Lat} = (1,07)^{0.4} * 1.02 \approx 0.048$$

L'UEM exige que l'inflation ne dépasse pas 1.5pp de plus que la moyenne arithmétique non pondérée de l'indice harmonisé des prix à la consommation (HICP) dans les 3 membres ayant le moins d'inflation dans les 12 mois précédents (ce qui valait 2.7% en Avril 2013). Un taux de 4.8% serait donc trop élevé.
Mais en pratique une appréciation réelle risque d'impliquer une appréciation nominale. L'UEM permet une fluctuation du lat dans une bande de 15% autour de l'euro pour 2 ans. Ainsi, une appréciation réelle obtenue (principalement) par appréciation nominale permettrait à la Lettonie de remplir les critères d'accession. (Note : la Lettonie est effectivement entrée dans l'eurozone le 1/1/14).

1. http://ec.europa.eu/economy_finance/euro/adoption/who_can_join/