

**1ère partie : Dérivation de l'équation de gravité**

1) **La fonction de demande :** Le consommateur représentatif du pays  $j$  maximise son utilité sous la contrainte budgétaire :

$$\begin{cases} \text{Max}_{\{c_{k(i)j}\}} \left[ \sum_{i=1}^C \sum_{k(i)=1}^{N_i} c_{k(i)j}^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} \right]^{\frac{\sigma}{\sigma-1}} \\ \text{s.c. } Y_j \geq \sum_{i=1}^C \sum_{k(i)=1}^{N_i} p_{k(i)j} c_{k(i)j} \end{cases}$$

Le Lagrangien de ce problème s'écrit :

$$\mathcal{L} = \left[ \sum_{i=1}^C \sum_{k(i)=1}^{N_i} c_{k(i)j}^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} \right]^{\frac{\sigma}{\sigma-1}} + \lambda \left[ Y_j - \sum_{i=1}^C \sum_{k(i)=1}^{N_i} p_{k(i)j} c_{k(i)j} \right]$$

Les conditions du premier ordre s'écrivent :

$$\begin{cases} \left[ \sum_{i=1}^C \sum_{k(i)=1}^{N_i} c_{k(i)j}^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} \right]^{\frac{1}{\sigma-1}} c_{k(i)j}^{\frac{-1}{\sigma}} = \lambda p_{k(i)j}, & \forall k(i) = 1 \dots N_i, i = 1 \dots C \\ Y_j = \sum_{i=1}^C \sum_{k(i)=1}^{N_i} p_{k(i)j} c_{k(i)j} \end{cases}$$

En utilisant ces conditions, on trouve :

$$\begin{cases} Y_j = \sum_{i=1}^C \sum_{k(i)=1}^{N_i} p_{k(i)j} c_{k(i)j} = U_j \lambda^{-\sigma} \left[ \sum_{i=1}^C \sum_{k(i)=1}^{N_i} p_{k(i)j}^{1-\sigma} \right] \\ U_j = \left[ \sum_{i=1}^C \sum_{k(i)=1}^{N_i} c_{k(i)j}^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} \right]^{\frac{\sigma}{\sigma-1}} = U_j \lambda^{-\sigma} \left[ \sum_{i=1}^C \sum_{k(i)=1}^{N_i} p_{k(i)j}^{1-\sigma} \right]^{\frac{\sigma}{\sigma-1}} \end{cases}$$

Etant donnée la définition de l'indice de prix idéal ( $P_j \equiv Y_j/U_j$ ), on en déduit :

$$P_j = \left[ \sum_{i=1}^C \sum_{k(i)=1}^{N_i} p_{k(i)j}^{1-\sigma} \right]^{\frac{1}{1-\sigma}}$$

et

$$c_{k(i)j} = \left( \frac{p_{k(i)j}}{P_j} \right)^{-\sigma} \frac{Y_j}{P_j}$$

**(2 points)**

2) **Comportement des entreprises :** L'entreprise productrice de la variété  $k(i)$  maximise son profit sous la contrainte de demande :

$$\begin{cases} \text{Max}_{\{p_{k(i)j}\}} \sum_{j=1}^C [p_{k(i)j} c_{k(i)j} - w_i a_i \tau_{ij} c_{k(i)j}] - w_i F \\ \text{s.c. } c_{k(i)j} = \left( \frac{p_{k(i)j}}{P_j} \right)^{-\sigma} \frac{Y_j}{P_j} \end{cases}$$

Les conditions du premier ordre s'écrivent :

$$c_{k(i)j} + p_{k(i)j} \frac{\partial c_{k(i)j}}{\partial p_{k(i)j}} - w_i a_i \tau_{ij} \frac{\partial c_{k(i)j}}{\partial p_{k(i)j}} = 0, \quad j = 1 \dots C$$

ce qui implique :

$$p_{k(i)j} = \frac{\sigma}{\sigma - 1} w_i a_i \tau_{ij}$$

Le prix optimal par destination est le même pour tous les producteurs de variétés d'un même pays :  $p_{k(i)j} = p_{ij}$ . Par conséquent, la demande adressée à toutes les entreprises d'un même pays par le consommateur représentatif du pays  $j$  est uniforme :  $c_{k(i)j} = c_{ij}$ . Les préférences se simplifient donc de la manière suivante :

$$U_j = \left[ \sum_{i=1}^C N_i c_{ij}^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} \right]^{\frac{\sigma}{\sigma-1}}$$

**(2 points)**

**3) Commerce bilatéral :** Le commerce entre deux pays s'écrit donc :

$$X_{ij} = N_i p_{ij} c_{ij} = N_i \left( \frac{\sigma}{\sigma - 1} \frac{w_i a_i \tau_{ij}}{P_j} \right)^{1-\sigma} Y_j$$

soit en log :

$$\ln X_{ij} = \underbrace{(1 - \sigma) \ln \frac{\sigma}{\sigma - 1}}_C + \underbrace{\ln N_i + (1 - \sigma) \ln w_i a_i}_{\mathbf{X}_i} + \underbrace{(\sigma - 1) \ln P_j + \ln Y_j}_{\mathbf{M}_j} + (1 - \sigma) \ln \tau_{ij}$$

La prédiction du modèle concernant le commerce bilatéral est donc conforme au modèle dit de gravité. L'ampleur du commerce entre deux pays dépend de la "taille" respective de ces pays, via le nombre de firmes exportatrices et la taille de la demande agrégée. Il dépend aussi de l'ampleur des coûts de transport entre les deux pays. L'élasticité du commerce aux coûts de transport est négative et dépend de l'élasticité de substitution entre les biens. Plus les biens sont substituables, plus une hausse des coûts à l'échange réduit la demande relative adressée aux producteurs des biens dont le prix a augmenté, plus la valeur des exportations diminue. **(3 points)**

## 2ème partie : Effet-frontière et intégration européenne

**4) L'effet-frontière :** Le principe de la méthodologie des "effets-frontière" est de prendre comme référence l'espace national qui correspond au niveau maximum d'intégration économique. Etant donnée cette référence, l'intégration économique entre des économies nationales est atteinte dès lors que les échanges entre économies nationales sont aussi intenses, toutes choses égales par ailleurs, que les échanges intra-nationaux. Pour voir si c'est le cas statistiquement, il est possible d'estimer une équation de gravité à partir de données de commerce intra- et inter-national et d'estimer un "effet-frontière" qui mesure quel est le supplément (négatif) de commerce induit par le passage d'une frontière, en comparaison des échanges intranationaux. Si les économies nationales sont parfaitement intégrées entre elles, cet effet frontière devrait être statistiquement non significatif. Si ce n'est pas le cas, la taille de l'effet-frontière mesure à quelle distance de l'intégration parfaite les économies nationales se trouvent. Pour mettre en place cette stratégie, on peut spécifier la fonction de coût de transport de la manière suivante :  $\tau_{ij} = \tilde{\tau}_{ij} \eta^{B_{ij}}$  où  $B_{ij} = 1$  si  $i \neq j$  de sorte que l'équation de gravité devient :

$$\ln X_{ij} = C + \mathbf{X}_i + \mathbf{M}_j + \alpha \ln \tilde{\tau}_{ij} + \alpha B_{ij} \ln \eta$$

L'intégration de la zone est parfaite si  $\eta = 1$  ce qui implique que le passage d'une frontière n'implique pas de coût supplémentaire spécifique, par rapport au fait d'échanger à l'intérieur de l'espace national. Sous cette hypothèse, l'introduction de la variable  $B_{ij}$  dans l'équation de gravité ne devrait pas se révéler statistiquement significative. **(3 points)**

5) **Restrictions aux échanges** : En utilisant le résultat de la question 3), on a :

$$\frac{X_{ij}X_{ji}}{X_{ii}X_{jj}} = \phi_{ij}^2$$

et donc :

$$\phi_{ij} = \sqrt{\frac{X_{ij}X_{ji}}{X_{ii}X_{jj}}}$$

On peut donc mesurer la “liberté” du commerce entre deux pays  $i$  et  $j$  en prenant la racine carrée du produit des flux de commerce bilatéraux réciproques, normalisés par la consommation de produits domestiques par le pays de destination. C’est ce qui est fait dans le tableau. **(2 points)**

Commentaires sur les résultats :

- En 2000, les valeurs les plus élevées pour  $\phi_{ij}$  se situent aux alentours de 15 ce qui implique que le commerce bilatéral intra-européen est environ 6 fois moins intégré que les échanges intra-nationaux de ces économies. L’ordre de grandeur est similaire à celui obtenu par McCallum (1995) et relatif au commerce entre le Canada et les Etats-Unis. Même en 2000, les états européens n’apparaissent pas plus intégrés que le Canada et les Etats-Unis. En particulier, ils sont assez loin du degré d’intégration des différents états américains obtenu par Wolf (2000), qui trouve une valeur de  $\phi_{ij} = 33$  entre les différents Etats américains. Cette comparaison suggère donc que la liberté des échanges est deux à trois fois plus élevée à l’intérieur des Etats-Unis que ne le sont les marchés les plus intégrés d’Europe. La relative faiblesse de l’intégration peut s’expliquer par des phénomènes de collusion territoriale des différents états membres de l’Union Européenne, par l’existence de plusieurs monnaies nationales qui tend à maintenir une certaine fragmentation des marchés et par des différences culturelles entre les économies (notamment des différences de langue qui peuvent constituer une barrière importante à l’échange)
- Les produits caractérisés par un degré de fragmentation élevé sont ceux relatifs aux industries pétrolières, au bois, à l’édition/imprimerie et aux produits minéraux non métalliques, qui incorporent les matériaux de construction. Ces secteurs semblent correspondre à ceux pour lesquels les coûts de transport sont potentiellement importants, ce qui expliquerait pourquoi les échanges intérieurs de ces biens dominent si largement les échanges internationaux. Viennent ensuite les secteurs de l’alimentation et des boissons pour lesquels la liberté du commerce est également relativement basse, bien que s’accroissant à un rythme non négligeable. Les secteurs les plus intégrés dans l’Union européenne sont ceux de la chimie industrielle, des machines, des instruments et du matériel de transport. Ce sont également les secteurs pour lesquels l’intégration a été la plus rapide
- A quelques exceptions sectorielles près, l’intégration des marchés européens semble augmenter au cours de la période d’observation, comme le montre l’augmentation tendancielle des estimations de  $\phi_{ij}$ . En particulier, entre 1985 et 1990, au moment de la mise en place de l’Acte unique européen, la “liberté” du commerce augmente de 40% en moyenne. **(2 points)**

6) **Estimation de l’effet-frontière** : En utilisant la spécification donnée des coûts de transport, on a :

$$\ln \frac{X_{ij}}{X_{jj}} = \ln \frac{N_i}{N_j} + (1 - \sigma) \ln \frac{w_i a_i}{w_j a_j} + (1 - \sigma) \delta \ln \frac{dist_{ij}}{dist_{jj}} + (1 - \sigma) \ln \eta$$

La situation d’intégration parfaite correspond à une situation où  $\eta = 1$  ie que les frontières n’ont pas d’impact spécifique sur l’ampleur des échanges. La constante de cette équation nous renseigne donc sur l’ampleur de l’effet-frontière. Plus spécifiquement, l’exponentielle de moins la constante donne une idée du ratio  $\phi_{jj}/\phi_{ij}$ , à distance donnée ( $dist_{ij} = dist_{jj}$ ), ie du supplément de commerce dans l’économie nationale par rapport au commerce international. Lorsque les économies nationales sont parfaitement

intégrées les unes avec les autres, on a  $\eta = 1$  et donc la constante est non significative. Une constante significativement différente de 0 (et a priori négative) correspond à un “effet-frontière” significatif. **(2 points)**

En estimant l'équation de gravité modifiée, on peut récupérer la valeur de la constante qui nous indique l'importance de l'effet-frontière, celui-ci étant d'autant plus important que la constante est grande (en valeur absolue). Par rapport à la mesure de “liberté” du commerce utilisée plus haut, cette mesure présente l'avantage de ne pas imposer une absence de coût à l'échange intra-national. En outre, la dérivation de l'effet-frontière basée sur un modèle économétrique permet de tenir compte des facteurs de coûts à l'échange, autre que le passage d'une frontière, qui expliquent que l'intensité des échanges est plus élevée au niveau intranational qu'entre pays. Par exemple, si la distance interne est en moyenne plus faible que la distance bilatérale, on s'attend à observer une valeur faible de  $\phi_{ij}$  lorsqu'on mesure la liberté du commerce à partir des données d'échange uniquement (comme dans la question 5) sans nécessairement que l'effet-frontière de l'équation de gravité modifiée soit significatif. **(2 points)**

Les estimations de la table 2 montrent que l'effet-frontière est quantitativement important, quels que soient le secteur étudié ou la période d'observation. Pour la période la plus récente, le ratio  $\phi_{jj}/\phi_{ij}$  est estimé entre 1,5 dans le secteur du Cuir et 126,4 dans l'Imprimerie ce qui implique un supplément d'échange au niveau intranational de 50 à 12 540%. L'Union Européenne reste un marché extrêmement fragmenté malgré les mesures législatives supposées agir à l'encontre de cette fragmentation. Au cours du temps, on observe une tendance à la baisse de l'effet-frontière, ce qui pourrait signifier que les mesures de libéralisation des échanges ont effectivement un impact sur les échanges. La baisse est particulièrement prononcée sur la fin de la période, après la création du Marché Unique. Plus que l'Acte Unique Européen, il semble donc que ce soit la suppression effective des barrières aux échanges au 1er janvier 1994 qui ait contribué à réduire la fragmentation du marché européen. **(2 points)**