Ecole Polytechnique

Pierre Cahuc

Macroéconomie avancée-Eco 553
Chapitre 2: Epargne accumulation du capital et croissance
2008

- Modèle de croissance néoclassique, connu sous le nom de modèle de Ramsey ou encore modèle de Cass Koopmans
- Extension du modèle de Solow, étudié dans le chapitre précédent
- Le comportement d'épargne résulte d'un comportement d'optimisation
- Ce modèle joue un rôle très important en macroéconomie, car il est utilisé pour étudier de très nombreux problèmes dynamiques, liés aux politiques fiscales et monétaires, à la taxation et aux cycles.
- Plan:

  Section 1: exposé du modèle

  Section 2: analyse politiques budgétaire et fiscale

Section 1: Le modèle de croissance néoclassique

- Deux biens: 1°) un bien produit, consommé et accumulé sous forme de capital; 2°) travail, utilisé pour produire le bien consommé
- Le bien consommé est le numéraire
- La population L_t croît au taux $n \geq 0$;
- Chaque individu offre une unité de travail par unité de temps sans désutilité.
- Individus ont des préférences identiques: consommateur représentatif dont la durée de vie est infinie
- Le temps est continu

- Cas 1: (Frank Ramsey dès 1928) un planificateur maximise l'utilité de l'agent représentatif
- Cas 2: équivalence du sentier optimal choisi par le planificateur, avec celui d'une économie décentralisée de concurrence parfaite

1.1. Le sentier de croissance optimal

- La population active est égale à la population totale.
- En notant Y la production, K le capital et C la consommation (pas de dépréciation du capital):

$$Y_t = F(K_t, L_t) = C_t + \dot{K}_t \tag{1}$$

  où F est une fonction de production néoclassique à rendements constants.
- On note $k = K/L$ le ratio capital travail et $f(k) = F(K, L)/L = F(k, 1)$.
- f est strictement concave, $f(0) = 0$, et vérifie les conditions d'Inada: $f'(0) = +\infty$, $f'(+\infty) = 0$.
- On note $k_0 > 0$ le stock de capital initial.

On peut écrire l'équation (1) en termes par tête, soit en notant $c = C/L$, comme $\dot{K} = \dot{k}N + \dot{N}K$, on obtient

$$Y_t = f(k_t) = c_t + \dot{k}_t + nk_t$$

Les préférences sont représentées par l'intégrale des utilités:

$$U_s = \int_s^{+\infty} u(c_t)e^{-\rho(t-s)}\mathrm{d}t.$$

Le paramètre $\rho > 0$ représente le taux de préférence pour le présent, ou encore le taux d'escompte.

Le programme du planificateur

Un planificateur central maximise, à la date $t = 0$, le bien-être du ménage en décidant de sa consommation et de son investissement. Le programme d'optimisation du planificateur s'écrit

$$\max_{\{k_t, c_t\}_{t\geq 0}} U_0 = \int_0^{+\infty} u(c_t) e^{-\rho t} \mathrm{d}t$$

sous contrainte

$$\dot{k}_t = f(k_t) - c_t - n k_t; \tag{2}$$

$$k_0 \text{ donné, } k_t, c_t \geq 0 \text{ pour tout } t.$$

Quelques éléments d'optimisation dynamique: le problème du contrôle optimal

En économie, les problèmes d'optimisation dynamique en temps continu se présentent le plus souvent sous la forme :

$$\underset{C(t)}{\text{Max}} \int_0^T U\left[K(t), C(t), t\right] dt \tag{3}$$

sous contraintes:

$$\dot{K}(t) = G\left[K(t), C(t), t\right], K(0) = K_0 \text{ donné}, \; K(T) \geq 0 \tag{4}$$

- T représente la date terminale qui peut être eventuellement infinie.
- $K(t)$ est la *variable d'état*, $C(t)$ est la *variable de contrôle*

Les conditions du premier ordre

- Le Lagrangien du problème (3) s'écrit

$$L = \int_0^T U\left[K(t), C(t), t\right] \mathrm{d}t + \int_0^T \lambda(t) \left\{G\left[K(t), C(t), t\right] - \dot{K}(t)\right\} \mathrm{d}t + \mu K(T)$$

- En intégrant par parties le terme où se trouve $\dot{K}(t)$

$$L = \int_0^T \left\{U\left[K(t), C(t), t\right] + \lambda(t) G\left[K(t), C(t), t\right]\right\} \mathrm{d}t$$
$$+ \int_0^T K(t)\dot{\lambda}(t)\mathrm{d}t + \lambda(0)K_0 - \left[\lambda(T) - \mu\right] K(T)$$

- La fonction $H = U + \lambda G$ apparaissant dans la première intégrale du Lagrangien s'appelle le *Hamiltonien*

- Les conditions du premier ordre s'obtiennent en annulant les dérivées du Lagrangien L par rapport aux variables $C(t)$ et $K(t)$ pour tout t compris entre 0 et T.

On trouve

$$\frac{\partial L}{\partial C(t)} = 0 \Longleftrightarrow \frac{\partial H}{\partial C(t)} = 0 \tag{5}$$

$$\frac{\partial L}{\partial K(t)} = 0 \Longleftrightarrow \frac{\partial H}{\partial K(t)} + \dot{\lambda}(t) = 0 \tag{6}$$

$$\frac{\partial L}{\partial K(T)} = 0 \Longleftrightarrow \frac{\partial H}{\partial K(T)} + \dot{\lambda}(T) + \lambda(T) - \mu = 0 \tag{7}$$

- La condition (5) porte le nom de *Principe du Maximum*
- L'ensemble constitué de l'équation de transition $\dot{K}(t) = G\left[K(t), C(t), t\right]$ et de la condition (6), s'appelle les *équations d'Euler.*
- L'égalité (7) exprime la condition terminale du problème d'optimisation. On peut réécrire cette condition terminale

- Les conditions de Kuhn et Tucker imposent en effet $\mu K(T) = 0$,on obtient alors la *condition de transversalité*

$$\lambda(T)K(T) = 0 \tag{8}$$

- $\lambda(t)$ s'interprète comme le prix fictif, évalué à la date $t = 0$, d'une unité supplémentaire de la variable d'état à la date t.

- La condition de transversalité (8) signifie ainsi que si à la date terminale $K(T)$ est strictement positif, son prix fictif est nécessairement nul. A l'inverse, si $\lambda(T) > 0$, le stock final $K(T)$ est alors égal à 0.

Résumé et guide pratique de contrôle optimal

Considérons le problème d'optimisation dynamique comportant n variables de contrôle $C_1(t), .., C_n(t)$, et m variables d'état $K_1(t), .., K_m(t)$, et prenant la forme :

$$\underset{\{C_1(t),..,C_n(t)\}}{\text{Max}} \int_0^T U\left[K_1(t), .., K_m(t); C_1(t), .., C_n(t), t\right] \mathrm{d}t \quad \text{avec} \quad T \leq +\infty$$

Sous les contraintes:

$$\dot{K}_j(t) = G_j\left[K_1(t), .., K_m(t); C_1(t), .., C_n(t), t\right] \quad \forall j = 1, .., m \tag{9}$$

$$K_j(0) = K_{j0} \text{ donné} \quad \forall j = 1, .., m$$

$$K_j(T) \geq 0 \text{ ou } \lim_{t \to +\infty} K_j(t) \geq 0 \quad \forall j = 1, .., m$$

1) On attribue une variable adjointe $\lambda_j(t)$ à chaque équation de transition (9) et on écrit le Hamiltonien:

$$H = U\left(K_1, .., K_m; C_1, .., C_n, t\right) + \sum_{j=1}^{m} \lambda_j G_j\left(K_1, .., K_m; C_1, .., C_n, t\right)$$

2) On applique le Principe du Maximum qui revient à annuler les dérivées partielles du Hamiltonien par rapport aux variables de contrôle, soit :

$$\frac{\partial H}{\partial C_i} = 0 \quad \forall i = 1, .., n \tag{10}$$

3) On écrit les équations d'Euler:

$$\frac{\partial H}{\partial K_j} = -\dot{\lambda}_j \quad \text{avec} \quad \dot{K}_j = G_j\left(K_1, .., K_m; C_1, .., C_n, t\right), \ \forall j = 1, .., m \tag{11}$$

4) Les relations (10) et (11) permettent d'aboutir à un système d'équations différentielles en λ_j et K_j. La résolution de ce système donne les trajectoires optimales des

variables d'état K_j.

5) Les conditions de transversalité s'écrivent selon que l'horizon est fini ou infini :

$$\lambda_j(T)K_j(T) = 0 \quad \text{ou} \quad \lim_{t\to+\infty} \lambda_j(t)K_j(t) = 0, \quad \forall j = 1, .., m$$

6) Le Principe du Maximum (10) et les équations d'Euler (11) sont des conditions nécessaires d'optimalité. Elles deviennent suffisantes si les fonctions U et G_j sont concaves.

On sait maintenant résoudre le programme du planificateur

$$\max_{\{k_t, c_t\}_{t\geq 0}} U_0 = \int_0^{+\infty} u(c_t)e^{-\rho t}\mathrm{d}t$$

sous contrainte

$$\begin{aligned} \dot{k}_t &= f(k_t) - c_t - nk_t; \quad (12) \\ k_0 \text{ donné, } k_t, c_t &\geq 0 \text{ pour tout } t. \end{aligned}$$

Le Hamiltonien s'écrit

$$H_t = u(c_t)e^{-\rho t} + \mu_t \left[f(k_t) - c_t - nk_t\right]$$

- Les conditions nécessaires et suffisantes (étant données les hypothèses sur les fonctions u et f) pour définir un sentier optimal pour k et c s'écrivent, pour tout $t \geq 0$

$$\frac{\partial H_t}{\partial c_t} = 0; \dot{\mu}_t = -\frac{\partial H_t}{\partial k_t}; \lim_{t \to \infty} k_t \mu_t = 0.$$

En utilisant la définition de H on obtient

$$u'(c_t) e^{-\rho t} = \mu_t, \tag{13}$$

$$\dot{\mu}_t = \mu_t \left[n - f'(k_t) \right], \tag{14}$$

$$\lim_{t \to \infty} k_t u'(c_t) e^{-\rho t} = 0. \tag{15}$$

- L'élimination de μ des équations (13) et (14) donne:

$$\frac{\dot{c}_t}{c_t}\left[\frac{c_t u''(c_t)}{u'(c_t)}\right] = \rho + n - f'(k_t) \tag{16}$$

- L'expression $c_t u''(c_t)/u'(c_t)$ représente la courbure de la fonction d'utilité

- Elle est égale à l'élasticité de l'utilité marginale par rapport à la consommation

- Elle est égale à l'inverse de l'élasticité de substitution intertemporelle

$$\sigma(c_t) = -\frac{u'(c_t)}{c_t u''(c_t)}$$

- En utilisant la définition de $\sigma(c_t)$, l'équation (16) s'écrit:

$$\frac{\dot{c}_t}{c_t} = \sigma(c_t)\left[f'(k_t) - n - \rho\right] \tag{17}$$

- L'équation (17) (ou indifféremment (16)) est *l'équation d'Euler*.
- Le choix optimal correspond à l'égalité du taux marginal de transformation du bien numéraire entre deux dates au taux marginal de substitution de ce même bien.
- Cette condition est aussi connue sous le nom de règle de *Keynes-Ramsey*

- Il est intéressant de noter que deux spécifications de la fonction d'utilité couramment utilisées en économie aboutissent à des expressions simples de la relation d'Euler.

La fonction CRRA (Constant Relative Risk Aversion):

$$
\begin{aligned}
u(c) &= \frac{c^{1-\gamma}}{1-\gamma} \text{ pour } \gamma > 0; \gamma \neq 1 \\
u(c) &= \ln c \;\; \text{pour } \gamma = 1
\end{aligned}
$$

où γ désigne le coefficient relatif d'aversion au risque $(-cu''(c)/u'c))$, implique la forme suivante:

$$\frac{\dot{c}_t}{c_t} = \frac{1}{\gamma}\left[f'(k_t) - n - \rho\right]$$

où $\sigma = 1/\gamma$ ne dépend pas de la consommation. Les nombreux travaux empiriques qui ont estimé la valeur de γ trouvent généralement une valeur légèrement supérieure à 1 (de l'ordre de 1,5).

La fonction CARA (Constant Absolute Risk Aversion):

$$u(c) = -\frac{e^{-\alpha c}}{\alpha}, \alpha > 0,$$

où α est le coefficient absolu d'aversion pour le risque $(-u''(c)/u'c))$., aboutit à

$$\dot{c}_t = \frac{1}{\alpha}\left[f'(k_t) - n - \rho\right].$$

La solution stationnaire

- Lorsque $\dot{c} = 0$ et $\dot{k}_t = 0$, on obtient

$$f'(k^*) = \rho + n. \tag{18}$$

$$c^* = f(k^*) - nk^*.$$

- La condition (18) est *la règle d'or modifiée*, en référence à la règle d'or, $f'(k) = n$, qui maximise la consommation par tête à l'état stationnaire.

Le sentier de croissance optimal

La dynamique de (k_t, c_t) est définie par

$$\dot{k}_t = f(k_t) - c_t - nk_t \tag{19}$$

$$\lim_{t\to\infty} k_t u'(c_t)e^{-\rho t} = 0 \tag{20}$$

$$\frac{\dot{c}_t}{c_t} = \sigma(c_t)\left[f'(k_t) - n - \rho\right] \tag{21}$$

$$k_0 \text{ donné}$$

Tous les points $k_t > 0$, $c_t \geq 0$, sont admissibles.

- $\dot{k} = f(k) - c - nk$, implique que $\dot{k} = 0$ pour tous les couples (k, c) tels que

$$c = f(k) - nk$$

- $\frac{\dot{c}_t}{c_t} = \sigma(c_t)\left[f'(k_t) - n - \rho\right]$, implique que $\dot{c} = 0$ pour tous les couples (k, c) tels que

$$f'(k) = n + \rho$$

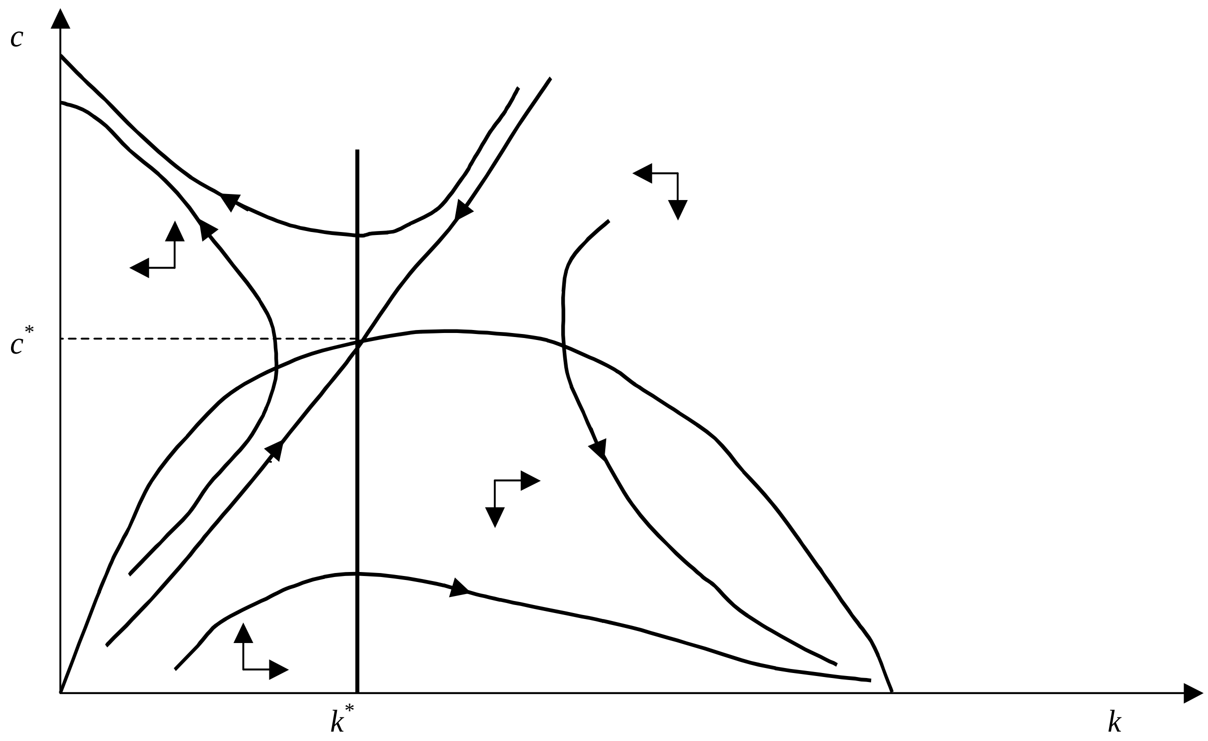

Figure 1: La dynamique du capital et de la consommation.

1.2. L'équilibre décentralisé

- On analyse l'équilibre de concurrence parfaite de l'économie étudiée jusqu'à présent.
- Il y a un marché du travail et un marché du capital.
- On note w_t le taux de salaire et r_t le taux d'intérêt.
- La production est réalisée par une entreprise représentative qui loue le capital et le travail aux ménages.
- Les ménages détiennent une richesse composée de titres financiers qui peuvent être des reconnaissances de dette des entreprises ou d'autres ménages.
- Les rendements de tous les placements sont supposés égaux à r_t.
- Chaque ménage, qui peut être créditeur ou débiteur net, décide à chaque instant du montant de consommation et donc d'épargne.
- Les ménages et les entreprises ont des anticipations rationnelles (donc parfaites).

- Soit a_t la richesse par membre du ménage à la date t, soit $\{w_t, r_t\}, t \in [0, \infty[$ la séquence des salaires et des taux d'intérêt.
- Le programme du ménage représentatif s'écrit

$$\max U_s = \int_s^{\infty} u(c_t) e^{-\rho(t-s)} dt$$

sous la contrainte

$$\dot{a}_t = w_t + r_t a_t - n a_t - c_t \text{ pour tout } t, k_0 \text{ donné} \tag{22}$$

avec

$$k_t = a_t + b_t$$

où b_t désigne l'endettement du ménage représentatif, puisque la richesse du ménage est égale au capital loué à l'entreprise diminuée de son endettement.

- Il n'y a pas de contrainte de non négativité sur la richesse des ménages.
- Or, si chaque ménage peut emprunter sans limite, il existe une incitation à s'endetter à l'infini.
- Un individu peut soutenir n'importe quel niveau de consommation constant au cours du temps en augmentant indéfiniment son endettement à un taux de croissance égal au taux d'intérêt
- Il faut imposer une condition limitant l'endettement tout en l'autorisant (par souci de réalisme)

- Une condition naturelle, connue sous le nom de condition “No-Ponzi game condition”, consiste à imposer que la dette augmente *asymptotiquement* moins vite que le taux d’intérêt:

$$\lim_{t\to\infty} a_t e^{-\int_0^t (r_s - n)\mathrm{d}s} \geq 0. \tag{23}$$

Comme il n’est pas optimal de conserver une richesse qui croît à un taux plus grand que $r_s - n$ à l’infini dès lors que l’utilité marginale de la consommation est positive (c’est la condition de transversalité du programme de maximisation du ménage), cette condition peut s’écrire sous forme d’égalité

$$\lim_{t\to\infty} a_t e^{-\int_0^t (r_s - n)\mathrm{d}s} = 0. \tag{24}$$

- La “No-Ponzi game condition” implique que la valeur présente de la consommation est égale à la richesse

- On intègre la contrainte de budget (22) entre 0 et l'infini:

$$\int_0^{\infty} c_t e^{-\int_0^t (r_s - n)\mathrm{d}s}\mathrm{d}t = \int_0^{\infty} w_t e^{-\int_0^t (r_s - n)\mathrm{d}s}\mathrm{d}t + a_0 - a_{\infty} e^{\int_0^{\infty} -(r_s - n)\mathrm{d}s}$$

soit, avec la condition (24):

$$\int_0^{\infty} c_t e^{-\int_0^t (r_s - n)\mathrm{d}s}\mathrm{d}t = h_0 + a_0 \tag{25}$$

- $h_0 = \int_0^{\infty} w_t e^{-\int_0^t r_s \mathrm{d}s}\mathrm{d}t$ désigne le “capital humain”, égal à la somme actualisée des revenus du travail.

- $h_0 + a_0$ représente la richesse du ménage, égale à la somme de son capital humain et de son capital financier

- Les conditions du premier ordre du programme du ménage s'écrivent

$$\frac{\dot{c}_t}{c_t}\left[\frac{c_t u''(c_t)}{u'(c_t)}\right] = \rho + n - f'(k_t),$$

soit

$$\frac{\dot{c}_t}{c_t} = \sigma(c_t)[r_t - \rho - n] \text{ avec } \sigma(c_t) = -\frac{u'(c_t)}{c_t u''(c_t)} \tag{26}$$

avec la condition de transversalité

$$\lim_{t\to\infty} a_t e^{-\int_0^t (r_s - n)\mathrm{d}s} = 0. \tag{27}$$

- (26): *Equation d'Euler* similaire à celle obtenue comme solution du programme du planificateur
- Indique que le choix optimal correspond à l'égalité du taux marginal de susbtitution entre les dates t et $t+s$, au taux de rendement (net de la croissance de la population) du capital entre ces mêmes dates.

- Pour déterminer le taux d'intérêt, il faut examiner la demande de capital

$$\max_{\{K_t, L_t\}} F(K_t, L_t) - w_t L_t - r_t K_t$$

ce qui donne, en notant $k_t = K_t/L_t$ et $f(k_t) = F(k_t, 1)$, les conditions du premier ordre:

$$f'(k_t) = r_t \tag{28}$$

$$f(k_t) - k_t f'(k_t) = w_t. \tag{29}$$

- A l'équilibre, l'endettement net privé agrégé est nécessairement nul.
- L'égalité entre l'épargne et l'investissement s'écrit donc $a_t = k_t$.
- En utilisant les relations (22), (28), (29) et (26) ainsi que la condition de transversalité (27), on obtient

$$\dot{k}_t = f(k_t) - c_t - nk_t \tag{30}$$

$$\frac{\dot{c}_t}{c_t} = \sigma(c_t)\left[f'(k_t) - n - \rho\right], \lim_{t\to\infty} k_t u'(c_t)e^{-\rho t} = 0, k_0 \text{ donné} \tag{31}$$

- Identique au sentier défini par le planificateur social.
- L'équilibre décentralisé aboutit donc à une allocation socialement optimale.

Section 2: Politiques budgétaires et fiscales et équilibre macroéconomique

- L'économie doit financer des dépenses publiques $= g$ unités de bien numéraire par unité de temps.

- Par souci de simplicité, on néglige l'impact des dépenses publiques sur les préférences du ménage représentatif et on suppose que le taux de croissance de la population est nul.

- 2 cas:

1. Taxes sont non distorsives (elles sont prélevées sous forme forfaitaire, indépendamment du revenu de l'agent représentatif) et nous analysons les conséquences de différents modes de financement des dépenses publiques.

2. Conséquences d'une politique budgétaire financée par une taxe distorsive.

2.1. Le mode de financement des dépenses publiques

- Comparer les conséquences de deux modes de financement des dépenses publiques: la taxation et l'endettement.

- Dans un premier temps, on suppose que les dépenses de l'Etat sont entièrement financées, à chaque date par des taxes payées par le ménage représentatif et notées τ_t. Il n'y a donc pas d'endettement de l'Etat.

- La contrainte budgétaire instantanée du ménage représentatif à toute date t s'écrit à présent

$$\dot{a}_t = w_t + r_t a_t - \tau_t - c_t \tag{32}$$

- En intégrant la contrainte de budget, on peut écrire, en utilisant la "No-Ponzi game condition" la contrainte budgétaire intertemporelle du ménage

$$\int_0^{\infty} c_t e^{-\int_0^t r_s \mathrm{d}s} \mathrm{d}t = h_0 + a_0 - G_0 \tag{33}$$

- $h_0 = \int_0^{\infty} w_t e^{-\int_0^t r_s \mathrm{d}s} \mathrm{d}t$ désigne le "capital humain".
- Comme à chaque date on a $\tau_t = g_t$, on a $G_0 = \int_0^{\infty} g_t e^{-\int_0^t r_s \mathrm{d}s} \mathrm{d}t$.
- $h_0 + a_0 - G_0$ représente la richesse du ménage
- Une hausse de la dépense publique correspond donc à une baisse de la richesse du ménage.

Les conditions du premier ordre du programme du ménage s'écrivent

$$\frac{\dot{c}_t}{c_t} = \sigma(c_t)[r_t - \rho] \quad \text{avec} \quad \sigma(c_t) = -\frac{u'(c_t)}{c_t u''(c_t)} \tag{34}$$

$$\lim_{t \to \infty} a_t e^{-\int_0^t r_s \mathrm{d}s} = 0. \tag{35}$$

L'entreprise maximise son profit (inchangé)

On peut à présent déterminer le système d'équations qui définit les valeurs d'équilibre de k_t et c_t pour $t \geq 0$. A l'équilibre, l'endettement net privé agrégé est nécessairement nul. On a donc $a_t = k_t$. En utilisant les relations (32), (28), (29) et (34) ainsi que la condition de transversalité (35), on obtient

$$\begin{aligned} \dot{k}_t &= f(k_t) - c_t - g_t && (36) \\ \lim_{t \to \infty} k_t u'(c_t) e^{-\rho t} &= 0 && (37) \\ \frac{\dot{c}_t}{c_t} &= \sigma(c_t)\left[f'(k_t) - \rho\right] && (38) \\ & k_0 \quad \text{donné} \end{aligned}$$

Equilibre stationnaire

- Supposons g constant au cours du temps. L'équilibre stationnaire s'écrit

$$\begin{aligned} f'(k) &= \rho \\ c &= f(k) - g. \end{aligned}$$

- Les dépenses publiques évincent la consommation privée et n'ont aucun impact sur le stock de capital.
- Résultat lié à l'hypothèse selon laquelle l'utilité marginale de la consommation privée est indépendante de la dépense publique.

- On suppose à présent que l'Etat finance ses dépenses par endettement et par des taxes toujours notées τ_t.

- On note b_t la dette de l'Etat et $\dot{b}_t$ sa dérivée par rapport au temps.

- La contrainte budgétaire instantanée de l'Etat à la date t s'écrit

$$\dot{b}_t = g_t - \tau_t + r_t b_t$$

- La contrainte budgétaire instantanée et la No-Ponzi game condition de l'Etat, $\lim_{t\to\infty} b_t e^{-\int_0^t r_s \mathrm{d}s}$ 0 permettent d'écrire la contrainte budgétaire intertemporelle de l'Etat:

$$b_0 = \int_0^\infty (\tau_t - g_t) e^{-\int_0^t r_s ds} \mathrm{d}t$$

- Cette équation montre que l'Etat doit choisir une suite de dépenses et de recettes qui lui permet de rembourser sa dette initiale.

- La contrainte budgétaire instantanée du ménage représentatif à la date t à la même forme que dans le cas précédent

$$\dot{a}_t = w_t + r_t a_t - \tau_t - c_t \quad \text{pour tout} \quad t, a_0 \quad \text{donné} \tag{39}$$

avec

$$a_t = k_t + b_t$$

puisque la richesse du ménage est égale au capital loué à l'entreprise et à sa détention de titres émis par l'Etat.

- La contrainte budgétaire intertemporelle du ménage représentatif s'écrit donc

$$\int_0^\infty c_t e^{-\int_0^t r_s \mathrm{d}s} \mathrm{d}t = h_0 + b_0 + k_0 - \int_0^\infty \tau_t e^{-\int_0^t r_s \mathrm{d}s} \mathrm{d}t$$

- En consolidant les contraintes budgétaires intertemporelles du ménage représentatif et de l'Etat, on peut écrire la contrainte intertemporelle du ménage représentatif de la manière suivante:

$$\int_0^{\infty} c_t e^{-\int_t^{\infty} r_s \mathrm{d}s} \mathrm{d}t = h_0 + k_0 - G_0 \tag{40}$$

qui est identique à l'équation (33) avec $a_0 = k_0$.

- Ainsi, un sentier donné des dépenses publiques a un impact identique sur la consommation des ménages et sur l'évolution du stock de capital quel que soit le mode de financement, par endettement public ou par taxes.

- Propriété de neutralité du financement de la dette publique, connu sous le nom de *Ricardo équivalence* ou de *Barro équivalence.*

- Cette propriété repose sur les hypothèses

  d'agents rationnels,

  optimisant sur un horizon infini

  dans un environnement où les marchés sont parfaitement efficaces.

- Dans les faits, ces hypothèses ne sont pas remplies, et le mode de financement de la dette n'est pas neutre.

2.2. Taxation distorsive

- Nous notons à présent τ le taux de taxation sur le revenu du capital, de telle sorte que le revenu net du capital, après paiement de la taxe est $(1-\tau)r_t$.
- Nous supposons que les revenus de ces taxes sont reversés sous forme forfaitaire au ménage représentatif.
- La contrainte budgétaire instantanée du ménage représentatif à la date t s'écrit à présent

$$\dot{a}_t = w_t + r_t(1-\tau)a_t - c_t + f_t \quad \text{pour tout} \quad t, a_0 \quad \text{donné}, \tag{41}$$

où f_t désigne le montant forfaitaire redistribué.

- Le système d'équations qui définit les valeurs d'équilibre de k_t et c_t pour $t \geq 0$ s'écrit

$$\dot{k}_t = f(k_t) - c_t - g_t \tag{42}$$

$$\lim_{t\to\infty} k_t u'(c_t) e^{-\rho t} = 0 \tag{43}$$

$$\frac{\dot{c}_t}{c_t} = \sigma(c_t)\left[f'(k_t)(1-\tau) - \rho\right] \tag{44}$$

$$k_0 \quad \text{donné}$$

- A l'équilibre stationnaire, le stock de capital par tête vérifie

$$f'(k) = \frac{\rho}{1-\tau}.$$

- Il diminue avec le taux de taxe τ du fait de la concavité de la fonction f.
- Par conséquent, la consommation par tête de l'état stationnaire décroît avec le taux de taxe τ.
- La dynamique induite par un accroissement de la taxe τ est représentée sur la figure 2.

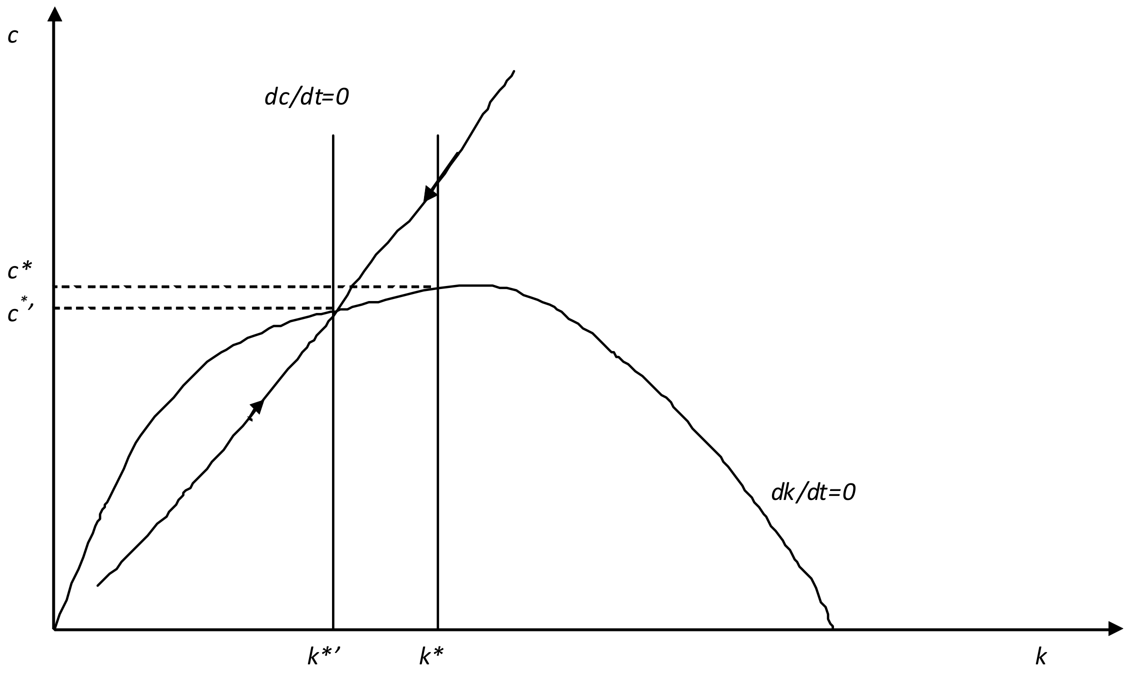

Figure 2: Les conséquences de la taxation du capital (le capital par tête stationnaire passe de k^* à $k^{*\prime}$ lorsque la taxe passe de $\tau = 0$ à $\tau = \tau' > 0$).